



Вычисление сопротивления одно- и двухслойных обмоток тороидальных сердечников переменному току высокой частоты

Автор: Bruce Carsten, Bruce Carsten Assoc., Inc.

Перевод: Артём Терейковский

При подготовке материалов данной статьи были использованы **МКЭ- (метод конечных элементов) программы** для моделирования потерь в одно- и двухслойных обмотках из провода круглого сечения при широком диапазоне начальных условий. На высоких частотах, при которых диаметр провода от 1.1 до 1.4 раза превышает глубину скин-эффекта, однослойная обмотка имеет наименьшие потери. Ниже приведены формулы и графики потерь в однослойной обмотке, учитывающие толщину изоляции, увеличение шага намотки на наружной поверхности кольца, и эффект близости сердечника.

ВВЕДЕНИЕ

Низкая стоимость и минимальное поле рассеяния индуктивных элементов на тороидальных сердечниках обусловили широчайший диапазон применения их как в радиочастотном оборудовании, так и в импульсных преобразователях напряжения, от резонансных цепей до сглаживающих фильтров ИИП. Недостатком является сложность расчётов потерь в обмотке на высоких частотах, при которых диаметр проводника соизмерим или превышает глубину скин-эффекта.

Существуют достаточно точные формулы для вычисления сопротивления обмотки соленоида на высоких частотах, изложенные в трудах Дуэлла [1] и Пэрри [2], с дополнениями для токов несинусоидальной формы в работах Венкатрамана [3], Карстена [4] и Ванделака&Зиогаса [5]. Эти методики основаны на упрощённых допущениях, которые сводят трёх- или двумерную модель к одномерной аппроксимации реальной обмотки, пригодной для аналитического анализа. Погрешность вычислений находится в диапазоне $\pm 5 \dots 10\%$, что является приемлемым в большинстве случаев на практике.

Ситуация усложняется для обмоток торов, у которых расстояние между проводами соседних витков неодинаково на разном удалении от геометрического центра кольца. Эффективное число слоёв также меняется радиально, если количество слоёв по внутреннему диаметру сердечника более одного. Дополнительной сложностью является близость обмоток к сердечнику, вследствие чего изменяются линии магнитного поля вблизи проводников, а также распределение токов высокой частоты и сопротивление обмотки. Присущая обмоткам торов многомерность не позволяет использовать упрощённый аналитический подход.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМУЛ РАСЧЁТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБМОТОК ТОРОВ

Для определения сопротивления обмотки на высоких частотах используют два принципиальных подхода: эмпирический и компьютерное моделирование, использующее **метод конечных элементов (МКЭ)**. Измерения на высоких частотах осуществимы в некоторых случаях, но анализ достаточного количества вариантов для получения общих формул возможен только при наличии мощного эффективного программного обеспечения.

За последние 10 лет программы, использующие МКЭ, значительно улучшились с точки зрения простоты использования, скорости вычислений и требований, предъявляемых к компьютеру. Для данной работы использовалась программа **ANSOFT Maxwell 2D Field Simulator**, оказавшаяся просто неоценимой. Компьютер на основе процессора Pentium® 133МГц с 16 Мб оперативной памяти обеспечивал типичное время вычислений от 12 до 30 секунд, при этом в наиболее сложных случаях оно возрастало до 10...15 минут. К числу последних относится использование лицендрата и отношения диаметра провода к глубине скин-

эффекта, близких к 100:1. Заметное увеличение времени вычислений было вызвано снижением допустимой погрешности с 2% до 0.02%, что необходимо для получения точных формул. Для этого было смоделировано свыше 740 условий, и ещё несколько сотен для исследовательских целей и уточнения методик.

УСЛОВИЯ И ДОПУЩЕНИЯ

Приведенные ниже формулы предполагают «точную» намотку одножильным проводом круглого сечения, виток к витку по внутреннему диаметру кольца. Рассматриваются намотки в один или два слоя, как показано на **Рисунке 1**. Как будет показано далее, однослойная обмотка одножильным проводом обладает меньшим сопротивлением току высокой частоты, чем многослойная. Поэтому большинство формул ориентированы на точное вычисления сопротивления однослойной обмотки.

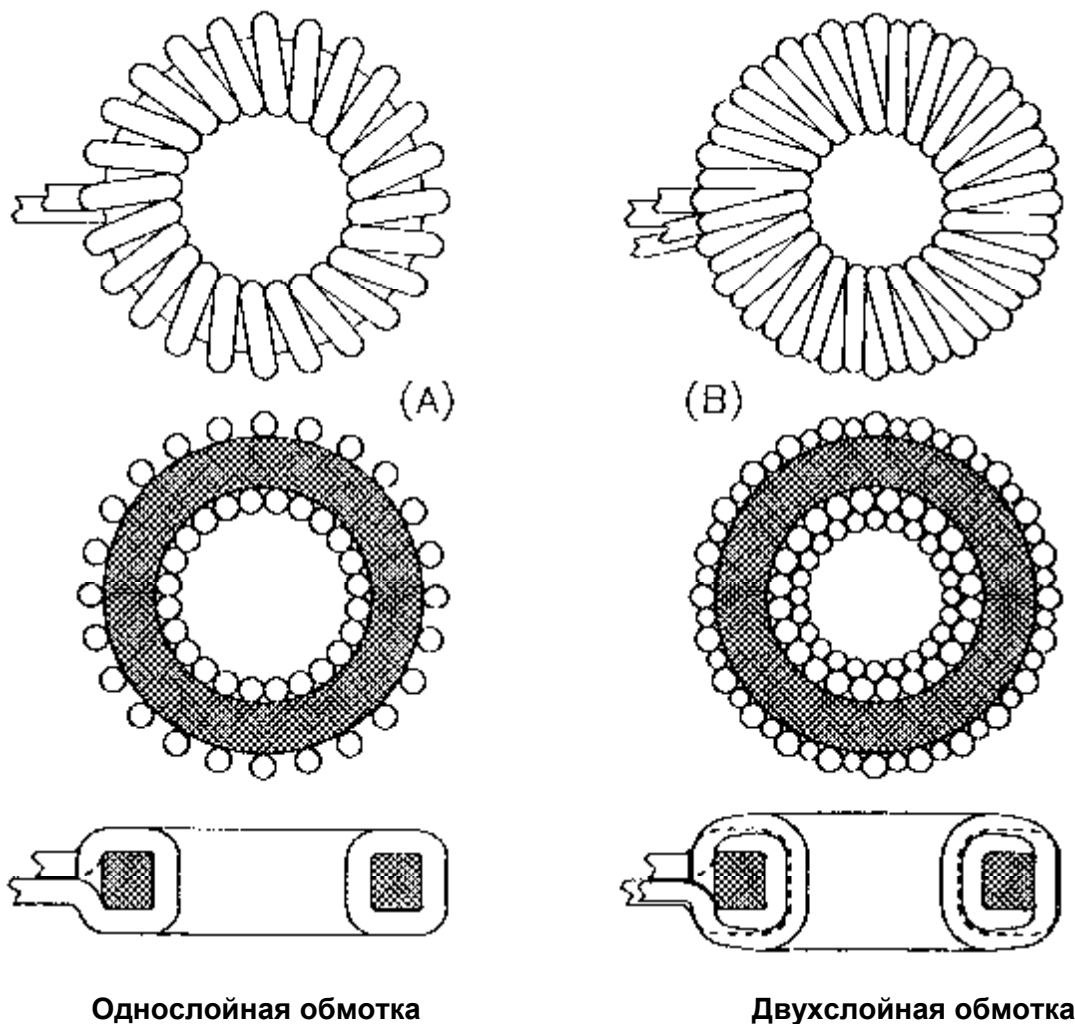
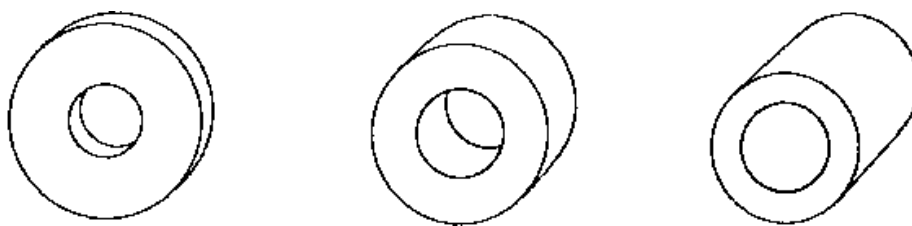


Рисунок 1. Размещение провода на поверхности кольца одно- и двухслойной прецезионной обмотки

В связи с тем, что была доступна программа двухмерного моделирования, пришлось сделать некоторые допущения, упрощающие расчёты. Реальная обмотка рассматривается преимущественно как двумерная на внутренней и наружной поверхности кольца с прямоугольным поперечным сечением, что позволяет точно моделировать потери в проводнике. Участки провода на нижней и верхней стороне обмотки не являются параллельными, что требует использования трёхмерного моделирования.

Принципиальным допущением является приблизительно линейная зависимость изменения расстояния между соседними витками от радиуса при прямоугольном сечении кольца. Это позволяет вычислять эффективное общее отношение сопротивления обмотки по переменному току к сопротивлению постоянному току R_{ac}/R_{dc} как среднее арифметическое отношений R_{ac}/R_{dc} участков обмотки на внутренней и наружной сторонах кольца.



(а) «Низкопрофильный»

(б) «Традиционный»

(в) «Цилиндрический»

Рисунок 2. Виды тороидальных сердечников

Если считать это предположение справедливым, форма кольца не имеет значения; приведенные выше формулы справедливы для обмоток плоских (Рис.2а), обычных (Рис 2б) и высоких (Рис 2в) тороидальных сердечников.

Это предположение было проверено сравнением усреднённых значений R_{ac}/R_{dc} на внутренней и наружной стороне кольца с такими же отношениями в точке посередине между наружным и внутренним диаметрами. Для точной одно- и двухслойной намотки погрешность оказалась не более нескольких процентов.

Другие предположения подразумевали, что толщина изоляции провода составляет около 2% его диаметра, что сердечник не имеет потерь на перемагничивание или вихревые токи, сказывающихся на обмотке, и что так называемыми «угловыми эффектами» обмотки можно пренебречь. Размеры проводника, удельное сопротивление и частотные эффекты объединены в нормализованном одномерном отношении диаметра провода к глубине скин-эффекта.

Сопротивление однослойной обмотки тороидального сердечника

В первую очередь рассмотрим потери в катушке без сердечника (или с немагнитным сердечником). С приведенными выше предположениями задача сводится к определению сопротивления на высокой частоте однослойной катушки, намотанной одножильным проводом круглого сечения с переменным расстоянием между витками (при условии, что весь магнитный поток находится с одной стороны плоскости проводников).

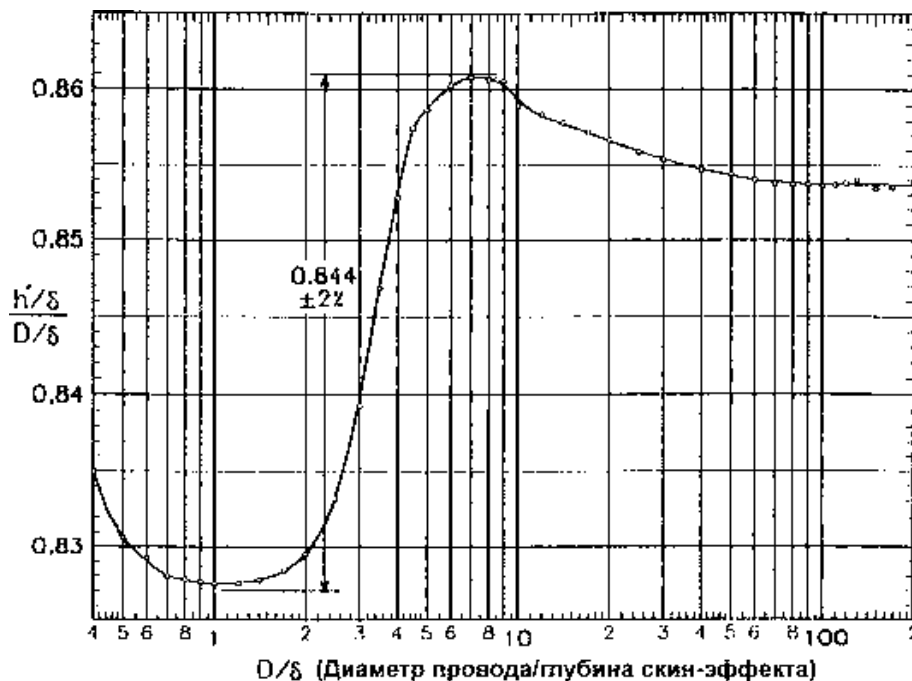


Рисунок 3. Зависимость отношения толщины «эквивалентной фольги» к диаметру провода (h'/D) от D/δ

Обнаружено, что зависимость отношения R_{ac}/R_{dc} от частоты для обмотки с тесным расположением проводников (изоляция нулевой толщины) почти такое же, как у фольги с таким же удельным сопротивлением и толщиной около 84.4% диаметра провода. На **Рисунке 3** показана зависимость отношения толщины эквивалентной фольги к диаметру провода от отношения диаметра провода к глубине скин-эффекта при неизменном R_{ac}/R_{dc} . Очевидно, что значение толщины эквивалентной фольги изменяется от 82,7% до 86.1%, т.е. находится в пределах $\pm 2\%$ от 84.4%.

Когда было оценено влияние промежутков между витками на сопротивление ВЧ-сигналам, оказалось удобным выразить сопротивление переменному току как сумму сопротивлений постоянному току и вихревым токам:

$$R_{ac} = R_{dc} + R_{ec} \quad (1)$$

Выражение (1) можно переписать так:

$$R_{ec} = R_{ac} - R_{dc} \quad (2)$$

Или:

$$R_{ec}/R_{dc} = R_{ac}/R_{dc} - 1 \quad (3)$$

Было замечено, что составляющая сопротивлению вихревым токам значительно уменьшается при увеличении промежутка между витками и почти обратно пропорциональна отношению шага намотки к диаметру проводника P/D . Данное утверждение особенно справедливо на высоких частотах при $P/D=2$. На низких частотах сопротивление вихревым токам относительно невелико, поэтому им можно пренебречь при вычислениях R_{ac} , погрешность при этом не превысит $\pm 10\%$. При более точных расчётах используют поправочный коэффициент K_1 , получаемый из графика на **Рисунке 4**.

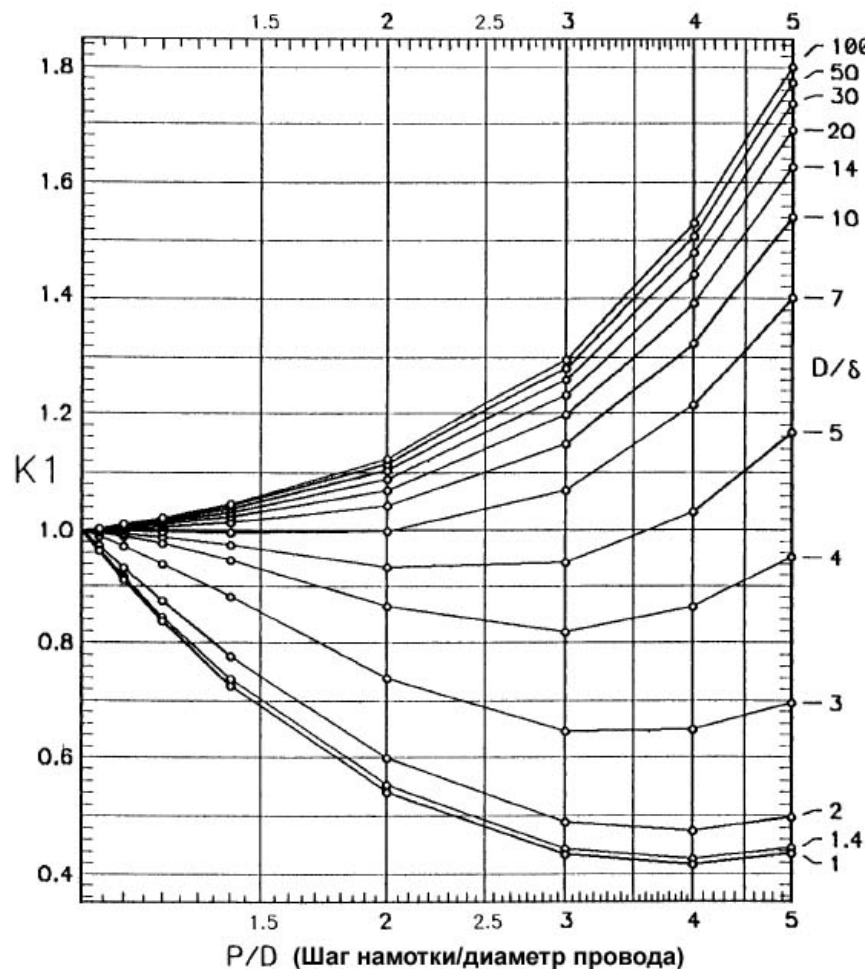


Рисунок 4. Поправочный коэффициент K_1 однослойной обмотки

В катушке без сердечника токи высокой частоты распределяются преимущественно по внутренней поверхности провода (**Рис 5а**). Введение сердечника вызывает перераспределение части тока с внутренней на боковые поверхности провода (**Рис 5б**), тем самым снижая сопротивление токам высокой частоты.

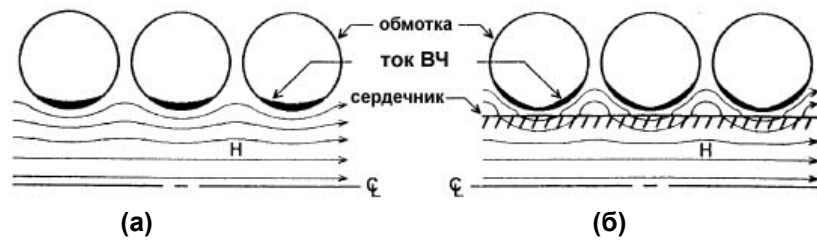


Рисунок 5. Распределение токов высокой частоты по поверхности провода в катушках с немагнитным (а) и магнитным (б) сердечником.

Значительное снижение сопротивления вихревым токам наблюдается при большом значении P/D и высокой магнитной проницаемости сердечника катушки, но только при $D/\delta < 7$, при котором потери на вихревые токи незначительны. На **Рисунке 8** показан эффект снижения совокупного R_{ac} на высоких частотах катушек с большим шагом намотки, достигающий 13%. Положительный эффект снижается при уменьшении шага намотки, увеличении расстояния между обмоткой и сердечником и использовании сердечников с малой проницаемостью ($\mu < 10$).



Рисунок 6. Влияние близости сердечника на R_{ac} при $\mu = 100$

Эффект близости сердечника никогда не бывает значительным, однако зачастую он достаточно велик, что требует повышенной точности расчётов. К сожалению, эффект близости сердечника является сложной функцией четырёх переменных: частоты (или отношения диаметра провода к глубине скин-эффекта), отношения шага намотки к диаметру провода, проницаемости сердечника и расстояния между сердечником и обмоткой. Влияния этих факторов объединены во второй поправочный коэффициент K_2 , определяемый из графиков на **Рисунках 7, 8 и 9**.

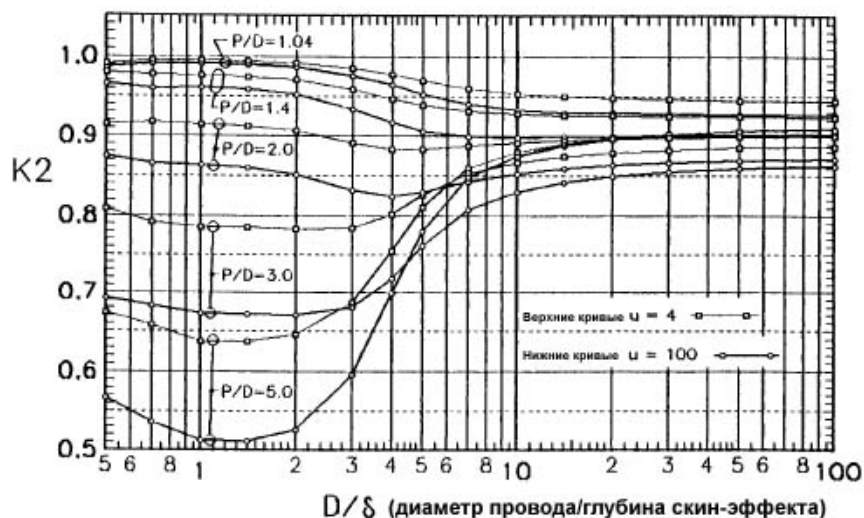


Рисунок 7. Поправочный коэффициент K_2 однослойной обмотки (при $s/D = 0.04$)

ПОРЯДОК РАСЧЁТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ОДНОСЛОЙНОЙ ОБМОТКИ

Точное значение отношения R_{ac}/R_{dc} вычисляется как среднее арифметическое отношений R_{ac}/R_{dc} участков обмотки на внутренней и наружной поверхности кольца. Определения:

R_{ac} = сопротивление обмотки переменному току

R_{dc} = сопротивление обмотки постоянному току

R_{ec} = сопротивление обмотки вихревым токам = $R_{ac} - R_{dc}$

f = частота

D = диаметр проводника (без изоляции)

δ = глубина скин-эффекта при частоте f

P = шаг намотки (расстояние между центрами проводников соседних витков)

s = расстояние от обмотки до поверхности сердечника

h' = толщина «эквивалентной фольги»

$K1$ = поправочный коэффициент шага намотки

$K2$ = поправочный коэффициент близости сердечника

1) Определить отношение диаметр/глубина скин-эффекта D/δ проводника на рабочей частоте, при которой глубина скин-эффекта (в см) определяется по формуле:

$$\delta = 6.6/f^{1/2} \text{ при } 20^\circ\text{C} (\rho = 1.70 \times 10^{-6} \Omega \text{ см}) \dots\dots\dots (4)$$

$$\delta = 7.1/f^{1/2} \text{ при } 60^\circ\text{C} (\rho = 1.99 \times 10^{-6} \Omega \text{ см}) \dots\dots\dots (5)$$

$$\delta = 7.6/f^{1/2} \text{ при } 100^\circ\text{C} (\rho = 2.28 \times 10^{-6} \Omega \text{ см}) \dots\dots\dots (6)$$

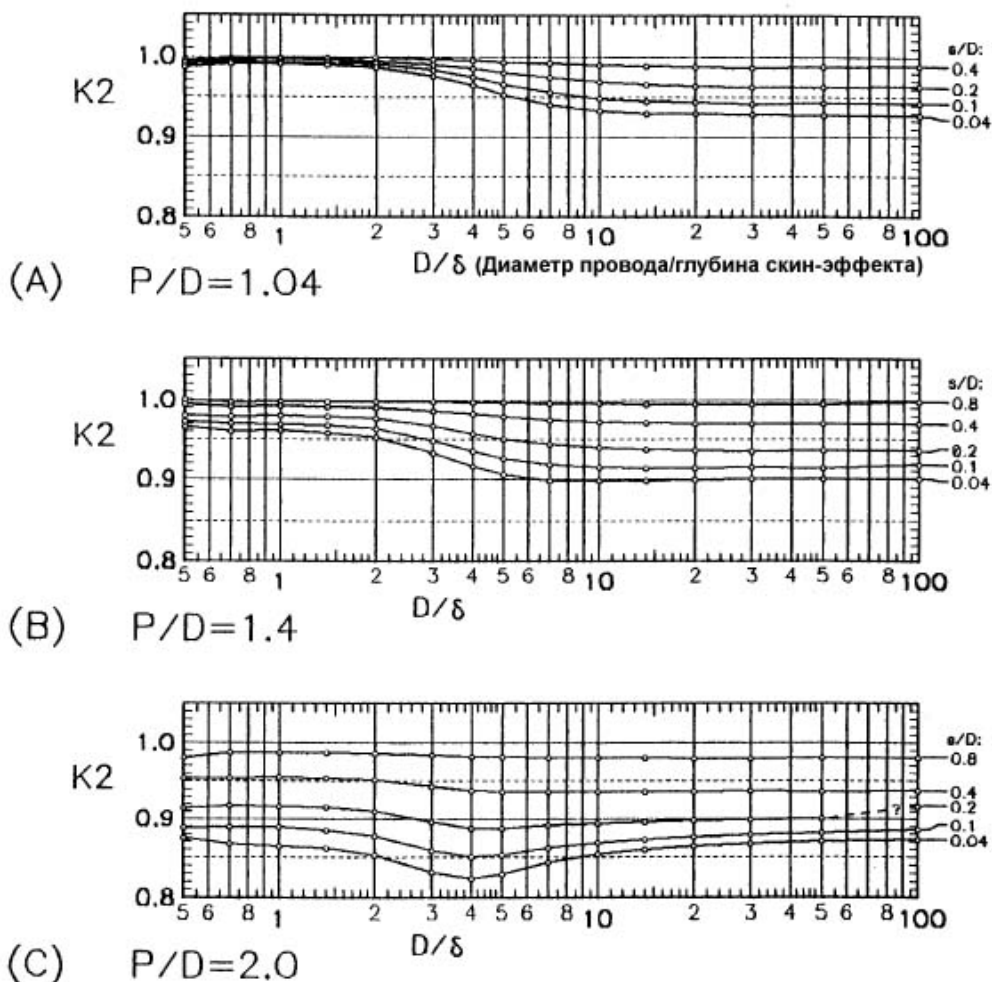


Рисунок 8. Поправочный коэффициент $K2$ при $\mu = 100$

2) Отношение сопротивления вихревым токам R_{ec}/R_{dc} вычисляется для «эквивалентной фольги» толщиной h' (для $P/D = 1$) с помощью уравнения (8), адаптированного из работы [1]. Можно принять $h' = 0.884 \cdot D$, или получить более точное значение из графика на Рис.3.

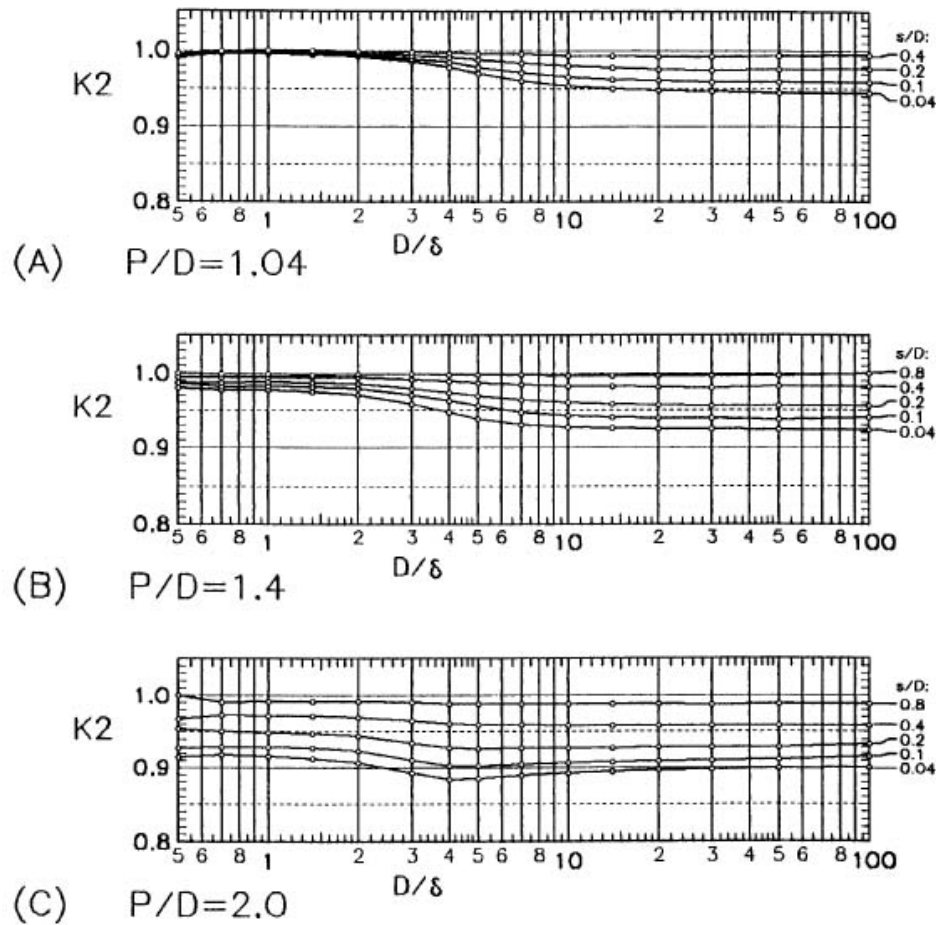


Рисунок 9. Поправочный коэффициент K2 при $\mu = 4$

Для $X = h'/\delta$: (7)

$$\frac{R_{ec}}{R_{dc}} = X \frac{e^{2X} - e^{-2X} + 2\sin(2X)}{e^{2X} + e^{-2X} - 2\cos(2X)} - 1 \quad (8)$$

3) Определить поправочный коэффициент шага намотки K1 из графиков на Рис. 4 для отношений P/D на внутренней и наружной стороне кольца.

4) Определить поправочный коэффициент близости сердечника K2 из графиков на Рис. 7,8,9 для внутренней и наружной сторон кольца.

Строго говоря, Рис.7 применим к обмоткам, расположенным непосредственно на поверхности кольца, т.е. на расстоянии, составляющем не более 4% диаметра провода обмотки. Так как это значение почти вдвое превышает типичную толщину изоляции обмоточного провода, оно применимо к достаточно толстым проводам, при котором сопоставимо с обычной толщиной изоляционного покрытия кольца. Как было замечено выше, относительно малые значения K2 при больших отношениях P/D и малых отношениях D/delta обманчивы; благодаря малому значению R_{ec} по сравнению с R_{ac} на этом участке характеристики, соотношение R_{ac}/R_{dc} практически неизменно, как было показано выше на Рис.6.

На Рис.8 приведены зависимости K2 от отношения D/delta при различных отношениях шага намотки к диаметру провода (до 2) и отношениях расстояния от обмотки до сердечника к диаметру провода обмотки (до 0.8), при проницаемости сердечника $\mu = 100$. Соответствующие значения K2 для сердечника с $\mu = 100$ приведены на Рис.9. Проницаемости от 1 до 4 нетипичны и не использовались при моделировании.

Проницаемости от 5 до 10 дают переходные результаты K_2 ; в то время как эффект наличия сердечников с проницаемостью выше 10 почти такой же, как для сердечников с проницаемостью 100.

5) Рассчитать отношение R_{ac}/R_{dc} для участков обмотки на внутренней и наружной поверхности кольца по формуле:

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = 1 + \left(\frac{R_{ec}}{R_{dc}} \right) \left(\frac{D}{p} \right) (K_2)(K_1) \quad (9)$$

6) Вычислить эффективное отношение R_{ac}/R_{dc} всей обмотки как среднее арифметическое отношений R_{ac}/R_{dc} участков обмотки на внутренней и наружной сторонах кольца, помноженное на R_{dc} для определения сопротивления R_{ac} при заданной частоте f .

$$R_{ac} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_{ac \text{ внутр}}}{R_{dc}} + \frac{R_{ac \text{ внеш}}}{R_{dc}} \right) R_{dc} \quad (10)$$

ДВУХСЛОЙНЫЕ ОБМОТКИ

При многослойной намотке можно воспользоваться гораздо более толстым проводом, вследствие чего сопротивление обмотки значительно уменьшается. Например, при намотке в два слоя виток к витку диаметр провода увеличивается почти в два раза по сравнению с однослойной обмоткой виток к витку, сопротивление обмотки при этом уменьшается почти в 4 раза.

Однако, и на этот раз поверхностная оценка обманлива. На высоких частотах ток распределяется по поверхности проводника до глубины скин-эффекта, при этом оставшаяся часть объема провода остаётся неиспользуемой. Более толстый провод снижает сопротивление обмотки, но магнитное поле наружных слоёв индуцирует во внутреннем слое вихревые токи, потери от которых более чем компенсируют снижение потерь на сопротивлении. Эти эффекты проиллюстрированы на **Рисунке 10**.

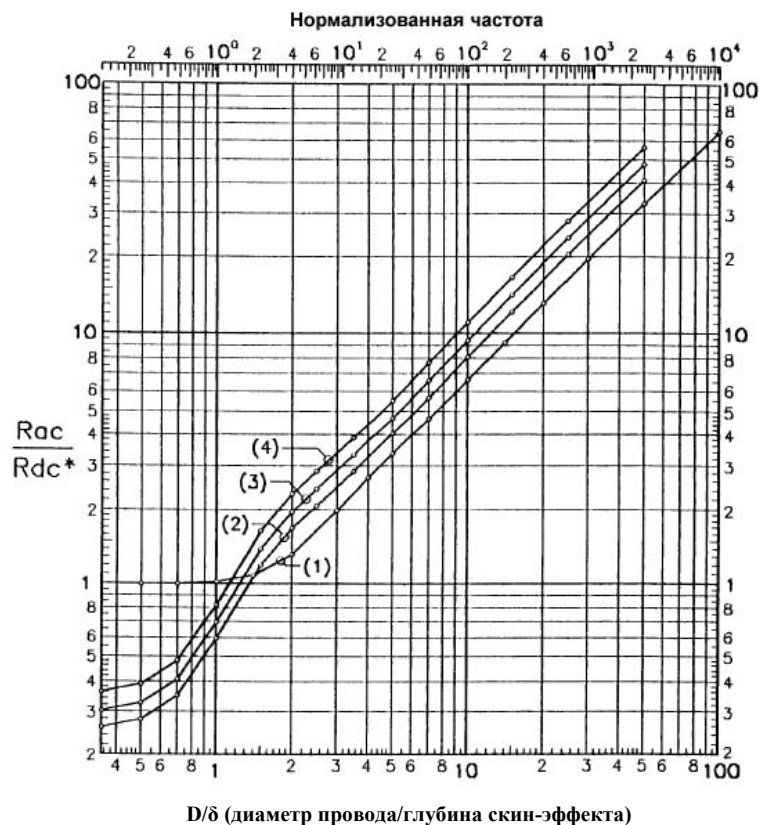


Рисунок 10. Зависимость отношения R_{ac} (для одно- и двухслойных обмоток) к R_{dc}^* однослойной обмотки от отношения D/δ

Кривая (1) на Рисунке 10 является зависимостью отношения R_{ac}/R_{dc} от D/δ для однослойной обмотки, при этом:

- обмотка содержит много витков относительно тонкого провода;
- отношение наружного диаметра к внутреннему примерно равно 2;
- сердечник под обмоткой отсутствует.

Кривые (2), (3) и (4) получены для различных вариантов двухслойных обмоток. При этом во всех случаях в отношении R_{ac}/R_{dc} присутствуют значения R_{ac} двухслойной обмотки и R_{dc} однослойной обмотки с тем же числом витков на том же сердечнике, измеренное на той же частоте, при которой определяется отношение D/δ для однослойной обмотки.

Кривая (2) описывает обмотку, также содержащую большое число витков, при этом второй слой имеет такой же диаметр провода и среднее значение длины витка, как и первый слой, а витки второго слоя могут располагаться между витками первого на наружной поверхности кольца.

Кривая (3) получена для обмотки, содержащей 94 витка. Чтобы витки поровну распределились между слоями, диаметр провода второго слоя должен быть на один размер меньше (в системе AWG), а средняя длина витка будет примерно на 7% больше.

Кривая (4) получена для обмотки с 48 витками. В этом случае провод второго слоя должен быть на два размера меньше, чем первого, а средняя длина витка увеличится на 14%.

Обмотка, описываемая кривой (2), представляет наилучший случай, при котором сопротивление постоянному току составляет 25%. Когда частота возрастает до такого значения, при котором диаметр провода однослойной обмотки в 1.4 раза больше значения глубины скин-эффекта, R_{ac} двухслойной обмотки превышает R_{ac} однослойной обмотки. Характеристики наиболее практических обмоток располагаются между кривыми (2) и (4) в области пересечения с кривой (1) при D/δ от 1,1 до 1,4.

Двухслойные обмотки с параллельным расположением витков соседних слоёв не демонстрируют такого же возрастания R_{ac} по сравнению с однослойной обмоткой, так как на высоких частотах ток перераспределяется на внутреннюю поверхность провода (вкратце, ток высокой частоты индуцирует такую же обратную ЭДС в наружной обмотке, как если бы весь магнитный поток, создаваемый током во внутренней обмотке, был заключён во внешней обмотке. В этом случае на индуктивности рассеяния между двумя обмотками было бы нулевое напряжение при нулевом токе наружной обмотки)

Наружный слой обмотки вызывает дополнительные потери на вихревые токи, так что совокупные потери двухслойной обмотки немного выше, чем у однослойной. Сопротивление переменному току параллельно включённых обмоток невозможно определить при помощи ПО двумерного моделирования, так как распределение тока на умеренных частотах не определено.

Выполнить прецизионную двухслойную намотку также достаточно трудно; витки обмотки второго слоя пытаются «расклинить» витки первого слоя по углам наружного диаметра кольца, вызывая прогрессирующее искажение намотки в случае, если витки первого слоя не закреплены надлежащим образом при помощи клея или специальной матрицы.

Для тех, кто интересуется прецизионными двухслойными обмотками, в **Приложении А** приведено несколько формул.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в статье формулы и графики для определения сопротивления обмоток тороидальных трансформаторов (дросселей) токам высокой частоты выведены с помощью программного обеспечения, использующего **метод конечных элементов** (МКЭ). Эти формулы для синусоидальных сигналов могут с небольшой погрешностью применяться в случае сигналов треугольной формы, но для сигналов с более широким спектром рекомендуется использовать методики, описанные в [3], [4] и [6]. Потери, вносимые постоянным током и действующим значением переменного тока, всегда рассчитываются независимо.

Было замечено, что минимальные потери на высоких частотах возникают в однослойной обмотке, равномерно выполненной одножильным проводом. Потери на вихревые токи значительно снижались при увеличении расстояния между соседними проводниками обмотки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] P.L. Dowell, .EFFECTS OF EDDY CURRENTS IN TRANSFORMER WINDINGS.; Proc. of IEE, Vol. 113, No. 8, p. 1387; August 1966.
- [2] M.P. Perry, .MULTIPLE LAYER SERIES CONNECTED WINDING DESIGN FOR MINIMUM

LOSS.; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No. 1, Jan./Feb. 1979, p. 116-123.

[3] P.S. Venkatraman, .WINDING EDDY CURRENT LOSSES IN SWITCH MODE POWER TRANSFORMERS DUE TO RECTANGULAR WAVE CURRENTS.; Proc. of Powercon 11, Power Concepts Inc., Venture, CA, 1984, Section A-1, p. 1-11.

[4] B. Carsten, .HIGH FREQUENCY CONDUCTOR LOSSES IN SWITCHMODE MAGNETICS.; HFPC Conference Record, Virginia Beach, VA, May 1986, p. 155-176.

[5] J.P. Vandelac & P. Ziogas, .A NOVEL APPROACH FOR MINIMIZING HIGH FREQUENCY TRANSFORMER COPPER LOSSES.; IEEE PESC Conference Record, 87CH2459-6, 1987, p. 355-367.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Соотношения и формулы для двухслойных прецизионных обмоток тороидальных сердечников

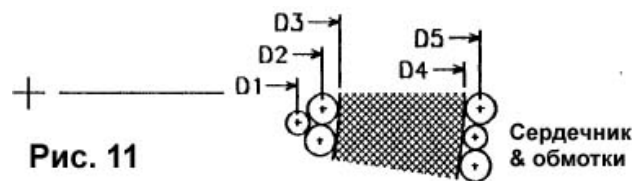


Рис. 11

Примем:

n = число витков в слое;

w = диаметр провода обмотки первого слоя (с изоляцией);

x = численное изменение диаметра провода в системе AWG (American Wire Gauge, см. Приложение Б) для обмотки второго слоя (1 единица в системе AWG соответствует изменению диаметра провода на 12.3%)

$$D2 = \frac{w}{\sin\left(\frac{180}{n}\right)} \quad (11)$$

$$D3 = w \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{180}{n}\right)} + 1 \right) = D2 + w \quad (12)$$

$$D5 \geq D2 \left(\frac{1}{1.123^x} + 1 \right) = \frac{w}{\sin\left(\frac{180}{n}\right)} \left(\frac{1}{1.123^x} + 1 \right) \quad (13)$$

$$D4 = D5 - w \quad (14)$$

$$D1 = w \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{180}{n}\right)} - \frac{\sqrt{2(1.123)^x + 1}}{1.123^x} \right) \quad (15)$$

$$\frac{D4}{D3} \geq \frac{\frac{1}{1.123^x} + 1 - \sin\left(\frac{180}{n}\right)}{1 + \sin\left(\frac{180}{n}\right)} \quad (16)$$

Диаметр провода (в дюймах) равен $0,3249 \times 10^{-(AWG/19.86)}$ (17)

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

American Wire Gauge (AWG)

AWG	Inches	mm	AWG	Inches	mm
50	0.00100	0.025	29	0.0113	0.287
49	0.00110	0.028	28	0.0126	0.320
48	0.00124	0.031	27	0.0142	0.361
47	0.00140	0.036	26	0.0159	0.404
46	0.00157	0.040	25	0.0179	0.455
45	0.00176	0.045	24	0.0201	0.511
44	0.0020	0.051	23	0.0226	0.574
43	0.0022	0.056	22	0.0253	0.643
42	0.0025	0.064	21	0.0285	0.724
41	0.0028	0.071	20	0.0320	0.813
40	0.0031	0.079	19	0.0359	0.912
39	0.0035	0.089	18	0.0403	1.02
38	0.0040	0.102	17	0.0453	1.15
37	0.0045	0.114	16	0.0508	1.29
36	0.0050	0.127	15	0.0571	1.45
35	0.0056	0.142	14	0.0641	1.63
34	0.0063	0.160	13	0.0720	1.83
33	0.0071	0.180	12	0.0808	2.05
32	0.0080	0.203	11	0.0907	2.30
31	0.0089	0.226	10	0.1019	2.60
30	0.0100	0.254			